数学コース１・解答

第１問

$f(x)=(a^2+1)x^2+(2a-3)x-3 \cdots\cdots①$ とおく。
点 $(-1,\ 0)$ を通ることより，代入すると
$f(-1)=a^2+1-2a+3-3=0$ よって
$(a-1)^2=0 \quad \therefore a=1$
$a=1$ を①に代入して $f(x)=2x^2-x-3$

$$
\begin{aligned}
f(x)&=2x^2-x-3\\
&=2\left(x^2-\frac{1}{2}x\right)-3\\
&=2\left\{x^2-2\cdot\frac{1}{4}x+\left(\frac{1}{4}\right)^2-\left(\frac{1}{4}\right)^2\right\}-3\\
&=2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2-\frac{1}{8}-3\\
&=2\left(x-\frac{1}{4}\right)^2-\frac{25}{8}
\end{aligned}
$$

グラフ（図１参照）より $0\leqq x\leqq 3$ の範囲において
$x=\dfrac{1}{4}$ で最小で $f(x)$ の最小値は $-\dfrac{25}{8}$
$x=3$ で最大で $f(x)$ の最大値は 12

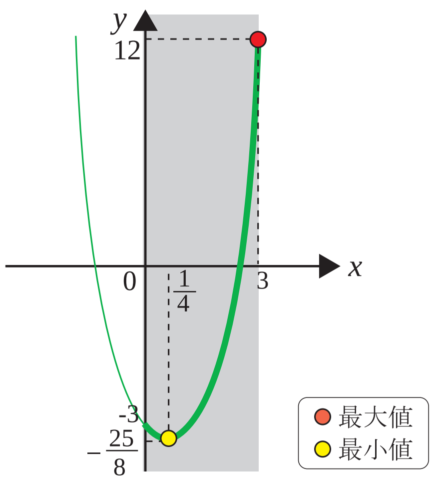

図１

第２問

△ABCに着目し，余弦定理を用いて（図２参照）

$\mathrm{AC}^2=3^2+(\sqrt{3})^2-2\cdot3\cdot\sqrt{3}\cos\angle\mathrm{ABC}$

$\mathrm{AC}^2=3^2+(\sqrt{3})^2-2\cdot3\cdot\sqrt{3}\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{6}=9$

$\mathrm{AC}>0$ より　$\mathrm{AC}=3$

次に△ACDに着目する。
$\cos\angle\mathrm{CDA}=\cos(180^\circ-\angle\mathrm{ABC})=-\cos\angle\mathrm{ABC}=-\dfrac{\sqrt{3}}{6}$

円に内接する四角形の向かい合う内角の和は 180°。
$\sin(180^\circ-\theta)=\sin\theta$, $\cos(180^\circ-\theta)=-\cos\theta$ となる。

余弦定理を用いて（図３参照）

$3^2=\mathrm{AD}^2+(\sqrt{3})^2-2\cdot\sqrt{3}\cdot\mathrm{AD}\cos\angle\mathrm{CDA}$
$(\mathrm{AD}+3)(AD-2)=0$
$\mathrm{AD}>0$ より　$\therefore\ \mathrm{AD}=2$

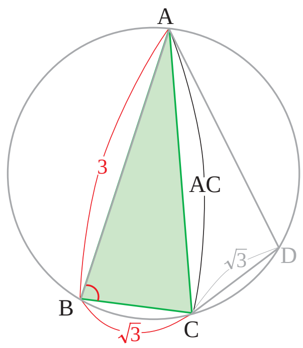

図２

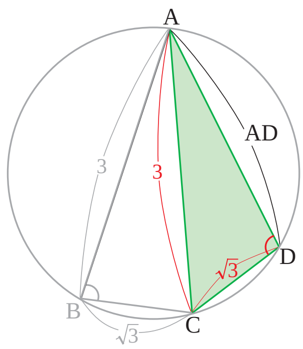

図３

第３問

正八角形のどの３個の頂点も１直線上にはないから，３個の頂点で１つの三角形が作られる。よって，８つの頂点から３つの頂点を選べばよいので

$\therefore \quad {}_8C_3=\dfrac{8\cdot7\cdot6}{3\cdot2\cdot1}=56$　　56 個

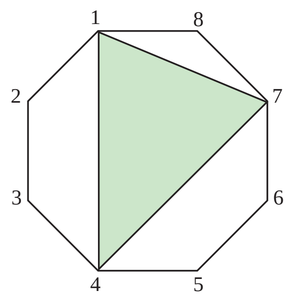

図４